

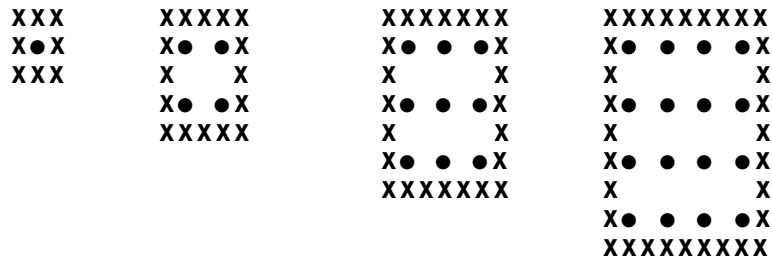
Unidades de matemáticas

Manzanas

MANZANAS

Un agricultor planta manzanos en un terreno cuadrado. Con objeto de proteger los manzanos del viento planta coníferas alrededor de la totalidad del huerto.

Aquí ves un esquema de esta situación donde se puede apreciar la colocación de los manzanos y de las coníferas para cualquier número (n) de filas de manzanos:



X = conífera
● = manzano

Pregunta 1:

Completa la tabla

n	Número de manzanos	Número de coníferas
1	1	8
2	4	
3		
4		
5		

Dificultad: 548

Respuesta correcta:

n	manzanos	coníferas
1	1	8
2	4	16
3	9	24
4	16	32
5	25	40

1 punto: Las 7 respuestas correctas.

0 puntos: Otras respuestas.

Aciertos: España 44,2%;
 OCDE 49,1%

Pregunta 2:

Se pueden utilizar dos fórmulas para calcular el número de manzanos y el de coníferas dentro del planteamiento descrito anteriormente:

Número de manzanos = n^2

Número de coníferas = $8n$

siendo n el número de filas de manzanos.

Existe un valor de n para el cual el número de manzanos coincide con el de coníferas. Halla este valor de n y muestra el método que has usado para calcularlo.

Difficultad: 655

Aciertos: España 21,5%;

OCDE 24,9%

[Puntos para la respuesta correcta, $n = 8$, utilizando diversos enfoques]

(1) 1 punto: Respuestas que dan $n = 8$, con el método algebraico mostrado explícitamente. Por ejemplo:

● $n^2 = 8n, n^2 - 8n = 0, n(n - 8) = 0, n = 0$ y $n = 8$, por tanto $n = 8$

(2) 1 punto: Respuestas que dan $n = 8$, sin presentar un método algebraico claro, o sin cálculos. Por ejemplo:

● $n^2 = 8^2 = 64, 8n = 8 : 8 = 64$

● $n^2 = 8n$. Esto da $n = 8$.

● $8 \times 8 = 64, n = 8$

● $n = 8$

● $8 \times 8 = 8^2$

(3) 1 punto: Respuestas que dan $n = 8$ utilizando otros métodos, p.e. utilizando expansión de patrones o dibujo.

[Puntos para la respuesta correcta, $n = 8$, MÁS la respuesta $n = 0$, utilizando diversos enfoques]

(4) 1 punto: Respuestas similares a las de tipo (1) arriba (álgebra explícita) pero que dan ambas respuestas $n = 8$ y $n = 0$. Por ejemplo:

● $n^2 = 8n, n^2 - 8n = 0, n(n - 8) = 0, n = 0$ y $n = 8$

(5) 1 punto: Respuestas similares a las de tipo (2) arriba (sin álgebra) pero que dan ambas respuestas $n = 8$ y $n = 0$.

(0) 0 puntos: Otras respuestas, incluyendo la respuesta $n = 0$. Por ejemplo:

● $n^2 = 8n$ (repetición del enunciado)

● $n^2 = 8$

● $n = 0$. No se puede tener el mismo número porque por cada manzano hay 8 coníferas.

Pregunta 3:

Supongamos que el agricultor quiere plantar un huerto mucho mayor, con muchas filas de árboles. A medida que el agricultor vaya haciendo mayor el tamaño del huerto, ¿qué aumentará más rápidamente: el número de manzanos o el de coníferas? Explica cómo has hallado la respuesta.

Dificultad: 723

Aciertos: España 10,4%;

OCDE 13,2%

(1) 2 puntos: Respuestas correctas (manzanos) Y que dan alguna explicación algebraica basada en las fórmulas n^2 y $8n$. Por ejemplo:

- Manzanos = $n \times n$ y coníferas = $8 \times n$. Ambas fórmulas tienen un factor n , pero los manzanos tienen otro n que se hará mayor mientras que el factor 8 permanece igual. El número de manzanos crece más rápidamente.
- El número de manzanos crece más rápido porque el número está siendo elevado al cuadrado en vez de multiplicado por 8.
- El número de manzanos es cuadrático. El número de coníferas es lineal. Por tanto los manzanos crecerán más rápido.
- La respuesta utiliza una gráfica para mostrar que n^2 supera a $8n$ después de que $n = 8$.

(1) 1 punto: Respuestas correctas (manzanos) Y que se basan en ejemplos concretos o que extienden la tabla. Por ejemplo:

- El número de manzanos aumentará más rápidamente porque, si usamos la tabla, encontraremos que el número de manzanos aumenta más deprisa que el número de coníferas. Esto ocurre sobre todo después de que el número de manzanos y de coníferas sea el mismo.
- La tabla muestra que el número de manzanos aumenta más rápidamente.

O BIEN: Respuestas correctas (manzanos) y que muestran de ALGUNA manera que se comprende la relación entre n^2 y $8n$, pero sin expresarlo con la claridad del apartado (1) 2 puntos. Por ejemplo:

- Manzanos después de $n > 8$.
- Después de 8 filas, el número de manzanos aumentará más rápidamente que el de coníferas.
- Coníferas hasta 8 filas, después habrá más manzanos.

(1) 0 puntos: Respuestas que son correctas (manzanos) pero que dan una explicación insuficiente o vaga, o sin explicación. Por ejemplo:

- Manzanos.
- Manzanos porque están poblando el interior que es mayor que el perímetro.
- Los manzanos porque están rodeados por las coníferas.

(2) 0 puntos: Respuestas incorrectas. Por ejemplo:

- Coníferas.
- Coníferas porque por cada fila adicional de manzanos se necesitan muchas coníferas.
- Coníferas. Porque por cada manzano hay 8 coníferas.
- No sé.

Superficie de un continente

SUPERFICIE DE UN CONTINENTE

A continuación, se presenta un mapa de la Antártida.



Pregunta 4:

Estima el área de la Antártida utilizando la escala que acompaña al mapa.

Muestra cómo has hecho los cálculos y explica cómo has hecho tu estimación (Puedes dibujar sobre el mapa, si te es útil para hacer la estimación.)

Dificultad: 712

Aciertos: España 10,9%;

OCDE 19,3%

[Estas puntuaciones son para las respuestas que utilizan el método correcto Y afirman el resultado correcto. El número entre paréntesis diferencia los distintos enfoques.]

- (1) **2 puntos:** Respuestas estimadas dibujando un cuadrado o un rectángulo: entre 12.000.000 km² y 18.000.000 km² (no se requieren las unidades de medida).
- (2) **2 puntos:** Respuestas estimadas dibujando un círculo: entre 12.000.000 km² y 18.000.000 km².
- (3) **2 puntos:** Respuestas estimadas sumando áreas de varias figuras geométricas regulares: entre 12.000.000 km² y 18.000.000 km².
- (4) **2 puntos:** Respuestas estimadas por otros métodos correctos: entre 12.000.000 km² y 18.000.000 km².
- (5) **2 puntos:** Respuestas correctas (entre 12.000.000 km² y 18.000.000 km²) pero que no muestran cálculos.

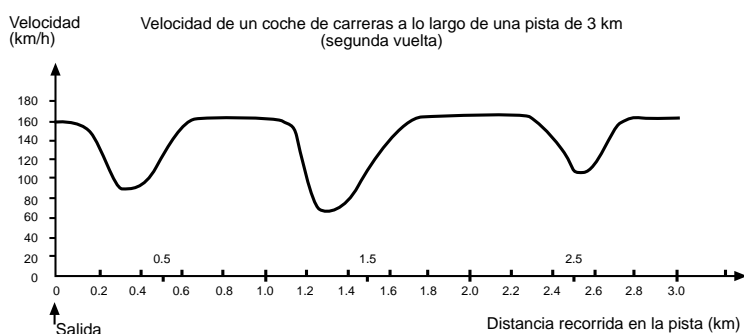
[Estas puntuaciones son para las respuestas que utilizan el método correcto PERO afirman un resultado incorrecto o incompleto. El número entre paréntesis diferencia los distintos enfoques, que corresponden a los ya presentados en los apartados de 2 puntos.]

- (1) **1 punto:** Respuestas estimadas dibujando un cuadrado o un rectángulo: método correcto pero respuesta incorrecta o incompleta. Por ejemplo:
- Dibuja un rectángulo y multiplica anchura por longitud, pero la respuesta estima por exceso o por defecto (p.e. 18.200.000).
 - Dibuja un rectángulo y multiplica anchura por longitud, pero el número de ceros es incorrecto (p.e. $4000 \times 3500 = 140.000$).
 - Dibuja un rectángulo y multiplica anchura por longitud, pero olvida utilizar la escala para convertir a kilómetros cuadrados (p.e. $12 \text{ cm} \times 15 \text{ cm} = 180$).
 - Dibuja un rectángulo y afirma que el área es $4000 \text{ km} \times 3500 \text{ km}$. No hay otros cálculos.
- (2) **1 punto:** Respuestas estimadas dibujando un círculo: método correcto pero respuesta incorrecta o incompleta.
- (3) **1 punto:** Respuestas estimadas sumando áreas de varias figuras geométricas regulares: método correcto pero respuesta incorrecta o incompleta.
- (4) **1 punto:** Respuestas estimadas por otros métodos correctos: método correcto pero respuesta incorrecta o incompleta.
- (1) **0 puntos:** Respuestas que muestran el perímetro en vez del área. Por ejemplo:
- 16.000 km pues la escala de 1000 km haría dar la vuelta alrededor del mapa 16 veces.
- (2) **0 puntos:** Respuestas incorrectas. Por ejemplo:
- 16.000 km (no se muestran cálculos y el resultado es incorrecto).

Velocidad

VELOCIDAD DE UN COCHE DE CARRERAS

Este gráfico muestra cómo varía la velocidad de un coche de carreras a lo largo de una pista llana de 3 km durante su segunda vuelta.



Pregunta 5:

¿Cuál es la distancia aproximada desde la línea de salida hasta el comienzo del tramo recto más largo que hay en la pista?

- A 0,5 km.
- B 1,5 km.
- C 2,3 km.
- D 2,6 km.

Dificultad: 492

Respuesta correcta: B

Aciertos: España 65,0%;
OCDE 66,9%

Pregunta 6:

¿Dónde alcanzó el coche la velocidad más baja durante la segunda vuelta?

- A En la línea de salida.
- B Aproximadamente en el km 0,8.
- C Aproximadamente en el km 1,3.
- D A mitad del recorrido.

Dificultad: 403

Respuesta correcta: C

Aciertos: España 88,6%;
OCDE 83,3%

Pregunta 7:

¿Qué se puede decir sobre la velocidad del coche entre el km 2,6 y el 2,8?

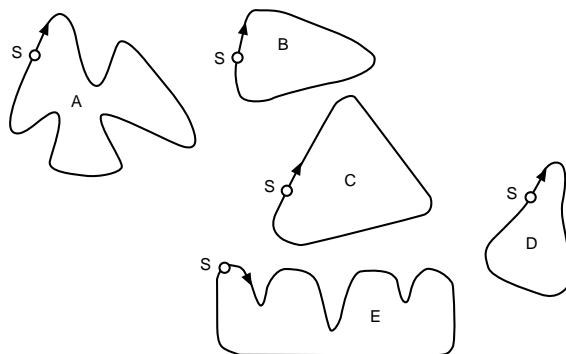
- A La velocidad del coche permanece constante.
- B La velocidad del coche es creciente.
- C La velocidad del coche es decreciente.
- D La velocidad del coche no se puede hallar basándose en este gráfico

Dificultad: 413
 Respuesta correcta: B
 Aciertos: España 80,6%;
 OCDE 82,5%

Pregunta 8:

Aquí están dibujadas cinco pistas:
 ¿En cuál de estas pistas se condujo el coche para producir el gráfico de velocidad mostrado anteriormente?

Dificultad: 655
 Respuesta correcta: B
 Aciertos: España 23,0%;
 OCDE 28,3%



S: Línea de salida

TRIÁNGULOS

Pregunta 9:

Rodea con un círculo la figura que se ajusta a la siguiente descripción.

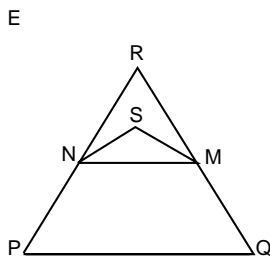
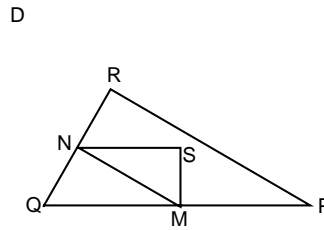
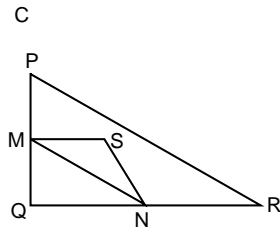
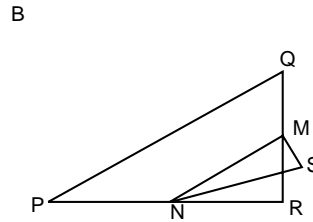
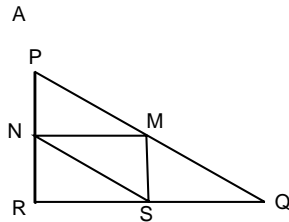
El triángulo PQR es un triángulo rectángulo con el ángulo recto en R. El lado RQ es menor que el lado PR. M es el punto medio del lado PQ y N es el punto medio del lado QR. S es un punto del interior del triángulo. El segmento MN es mayor que el segmento MS.

Dificultad: 537

Respuesta correcta: D

Aciertos: España 53,2%;

OCDE 58,5%



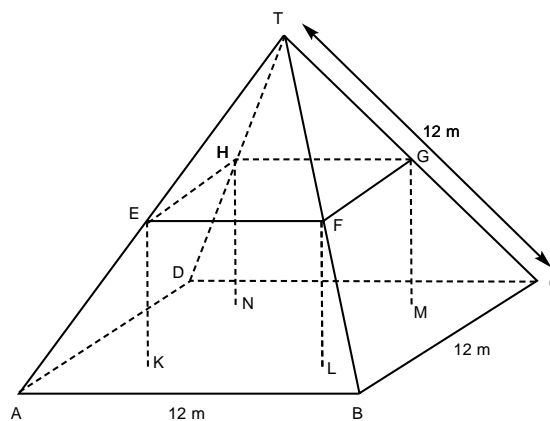
Granjas

GRANJAS

Aquí ves una fotografía de una casa de campo con el tejado en forma de pirámide



Debajo hay un modelo matemático del **tejado** de la casa con las medidas correspondientes.



La planta del ático, $ABCD$ en el modelo, es un cuadrado. Las vigas que sostienen el tejado son las aristas de un bloque (prisma rectangular) $EFGHKL MN$. E es el punto medio de \underline{AT} , F es el punto medio de \underline{BT} , G es el punto medio de \underline{CT} y H es el punto medio de \underline{DT} . Todas las aristas de la pirámide tienen 12 m de longitud.

Pregunta 10:

Calcula el área de la planta del ático ABCD.

El área de la planta del ático ABCD es igual a m²

Dificultad: 492

Aciertos: España 28,6%;
OCDE 61,0%

1 punto: 144 (la unidad de medida ya está dada).

0 puntos: Otras respuestas.

Pregunta 11:

Calcula la longitud de EF, una de las aristas horizontales del bloque.

La longitud de EF es igual a m

Dificultad: 524

Aciertos: España 44,1%;
OCDE 55,2%

1 punto: 6 (la unidad de medida ya está dada).

0 puntos: Otras respuestas.